Descomposición y resolución de alto rendimiento en optimización entera estocástica

MISTI

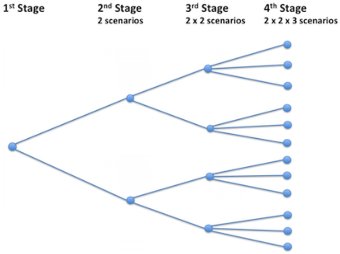
José Manuel Comber
PUC

Outline

Motivación

Presentes en múltiples industrias y disciplinas:

1. Portafolios financieros
2. Retornos agrícolas y forestales
3. Localización óptima de recursos



Formato estándar *de facto* en academia para la transmisión de instancias de problemas estocásticos. Se describe en base a un escenario raíz, y las modificaciones que este sufre en cada escenario posible. Una instancia queda totalmente descrita por tres archivos:

1. **TIME**: indica la coordenada de la matriz donde termina el escenario base y las variables de primera etapa
2. **CORE**: MPS que describe escenario raíz
3. **STOCH**: señala las diferencias en lados derechos, función objetivo o ponderadores, además de la probabilidad de ocurrencia de dicho escenario

Contexto teórico

El problema maestro se ve como

$$\begin{aligned} \min c^T x + \theta \\ \text{s.a } Ax \sim b \\ \theta \geq L \\ x \sim 0 \end{aligned}$$

El subproblema se ve como

$$\begin{aligned} \min q^T y \\ \text{s.a } Tz + Wy \sim h \\ z = x \\ y \sim 0 \end{aligned}$$

$\hat{\pi}_k$ es el vector de los duales de las restricciones $z = x$.
$\hat{v}_x(k)$ es el valor óptimo del subproblema asociado al escenario k

El método de Benders para este problema con subproblema continuo agrega como cortes de optimalidad:

$$\theta \geq \alpha^T x + \beta \tag{1}$$

donde

$$\alpha = \sum_{k \in SCENS} P(SCENS_k) \cdot \hat{\pi}_k$$

$$\beta = \sum_{k \in SCENS} P(SCENS_k) \cdot (\hat{v}_x(k) - \hat{\pi}_k^T \hat{x})$$

Además existe el corte de factibilidad si es que algún subproblema resulta infactible dado $\hat{x}$

Pero cuando el subproblema no es continuo se pierde la dualidad utilizada para los cortes. **Laporte y Loveaux (1993)** idearon un método de resolución para el caso donde las variables de primera etapa que aparecen en el subproblema son binarias. En este caso el corte de optimalidad son de la forma

$$\theta \geq (L - \hat{v}_x) \cdot (\sum_{i \in S} (1 - x_i) + \sum_{i \notin S} x_i) + \hat{v}_x \tag{2}$$

donde

$$S = \{i \in 1..|\hat{x}| : \hat{x}_i = 1\}$$

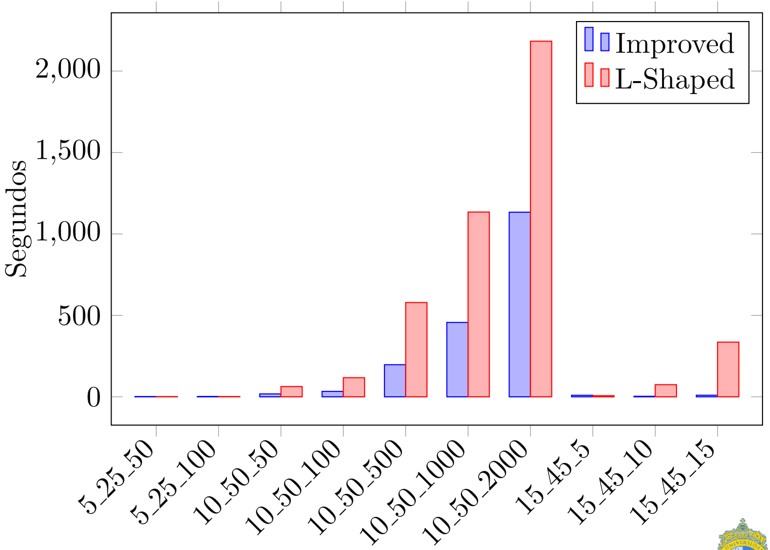
El corte de factibilidad se ve como un corte de *Hamming*:

$$\sum_{i \in S} (1 - x_i) + \sum_{i \notin S} x_i \geq 1 \tag{2}$$

Angulo, Ahmed y Dey (2016) aceleraron este método al solo agregar los cortes enteros cuando el resolver la relajación no aporta un corte útil. Resultados empíricos mostraron que en la mayoría de las iteraciones las desigualdades continuas eran suficientes

Implementación

Ejemplo SSLP



A futuro

Resultado útil como *proof of concept* del poderío del algoritmo *improved* y de Julia y JuMP. Posibles pasos a expandir y mejorar:

1. Entregar interfaz *JuMP-like* para ingresar instancia
2. Estudiar ampliación a N etapas
3. *Refactor* completo (JuMP 0.18) y documentación

https://github.com/jmcomber/ImprovedLShaped

- Angulo, G., Ahmed, S., & Dey, S. S. (2016). Improving the integer L-shaped method. INFORMS Journal on Computing, 28(3), 483-499.
- Laporte, G., & Louveaux, F. V. (1993). The integer L-shaped method for stochastic integer programs with complete recourse. Operations research letters, 13(3), 133-142.

Realizado como trabajo guiado por Gustavo Angulo (PUC). Bajo investigación MISTI con Juan Pablo Vielma (MIT), Víctor Albornoz y Gabriel Zamora (USM)